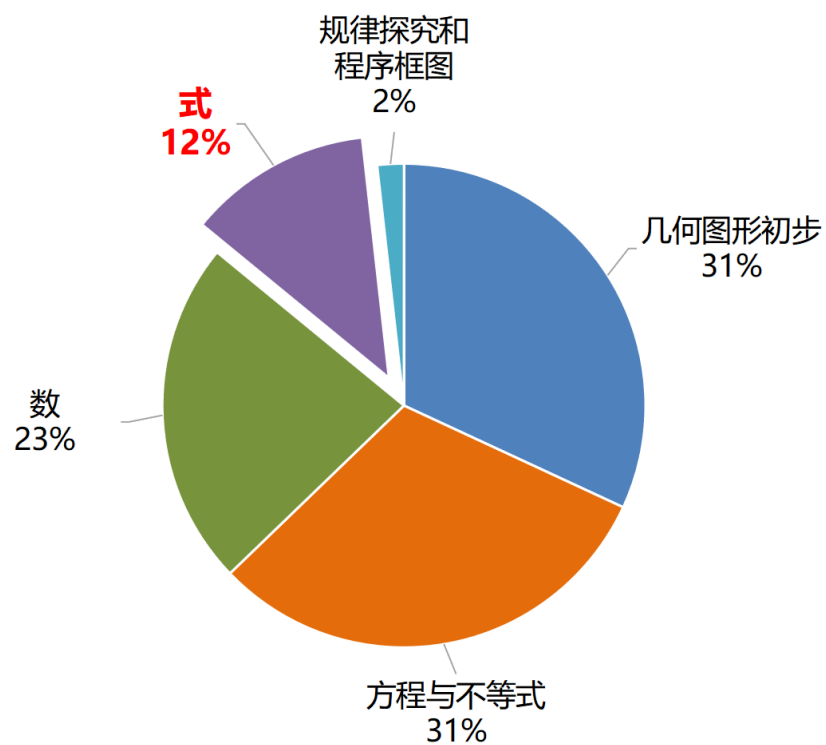


整式基础

知己知彼

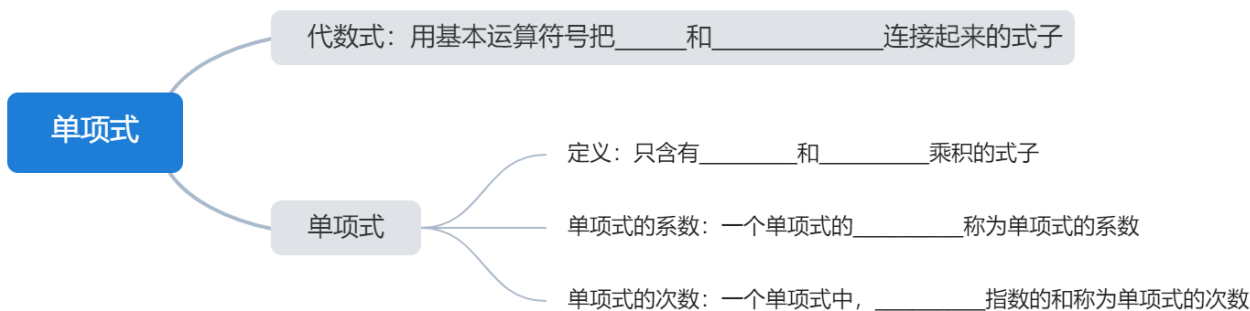


- ★整式基础
- ★整式和整式计算
- ★一元一次方程的解法

后续

- ※整式精炼
- ※一元一次方程进阶
- ※一元一次方程应用题

一、单项式



教法备注

一、代数式

1. 定义：用基本的运算符号（运算包括加、减、乘、除、乘方与开方等）把数和表示数的字母连接起来的式子叫做代数式，单独的一个数或一个字母也是代数式。

【注意】代数式中可以含有加、减、乘、除、乘方、开方等运算符号，不可含有“=”、“≠”、“>”、“<”等表示相等或不等关系的符号。

例如：不等式 $x - 2 > 0$ 和等式 $2x + 3 = 7$ 都不是代数式，而 $5, a, \frac{2}{3}(a + b), ab, a^2 - 2ab + b^2$ 等都是代数式。

二、单项式

1. 定义：只含有数字或者字母的乘积，这样的式子被称为**单项式**。

【注意】单独的一个数字或字母也是单项式

【方法提炼】

① 字母不能出现在分母的位置，如 $\frac{3}{a}$ 就不是单项式

② 式子中不包含+、-号，如 $a - 1, \frac{2a + 3}{4}$ 就不是单项式

③ 特殊情况： π 是数字，不是字母。因此 $\pi + 1, \frac{2}{\pi}$ 是单项式

2. 单项式的系数：在单项式中，它的数字因数叫做单项式的系数。

如： $3a, 3$ 是它的系数。 $-4xy, -4$ 是它的系数。

【重点注意事项】

① 系数为1, -1的单项式。如 $xy, -a$ ，他们的系数不是0，分别是1, -1

② 单项式的系数如果是分数，不能写带分数，要写成真分数、假分数

3.单项式的次数：在单项式中，所有字母的指数和叫做这个单项式的次数，

如： a^2b^3 中， a^2 的指数是 2， b^3 的指数是 3，因此 a^2b^3 的次数是 5。

【重点注意事项】

①次数为1的单项式。如 x ，他的次数是1不是0。

②单项式的次数不包括数的指数，如 $3xy^2$ 次数是3，其中系数3的指数不考虑。

|| 例题

【知识点拨】

(1)单项式：数字或字母的积，这样的代数式称为单项式。单独的一个数或字母也是单项式：

注：① π 是数字而不是字母；

②分母中含字母的代数式是分式，不是单项式。如： $\frac{1}{x}$ 。

(2)单项式的次数：单项式中所有字母指数的和叫做单项式的次数；

注：单项式表示数和字母相乘时，通常把数字写在前面

(3)单项式的系数：单项式中的数字因数叫做单项式的系数。

注：①确定单项式的系数时要注意包括它前面的符号；

②单项式的系数是带分数时必须化成假分数。

1. 在 $2x^2$ ， $1 - 2x = 0$ ， ab ， $a > 0$ ， 0 ， $\frac{2}{3}$ ， π 中，是代数式的有（ ）。

A. 5个

B. 4个

C. 3个

D. 2个

【答案】A

【解析】 $\because 1 - 2x = 0$ ， $a > 0$ ，

含有=和>，

所以不是代数式，

故选A。

【标注】【知识点】列代数式

2. 下列代数式中，不是单项式的是（ ）。

A. $\frac{1}{x}$

B. $-\frac{1}{2}$

C. $2t$

D. $3a^2b$

【答案】A

【解析】 $\frac{1}{x}$ 不是整式。

【标注】【知识点】单项式的定义

【重点强调】

2017~2018学年天津河西区初一上学期期末第3题3分

3. 在下列各式中，二次单项式是（ ）.

A. $x^2 + 1$

B. $\frac{1}{3}xy^2$

C. $2xy$

D. $\left(-\frac{1}{2}\right)^2$

【答案】C

【解析】选项A， $x^2 + 1$ 是整式.

选项B， $\frac{1}{3}xy^2$ 是三次单项式.

选项D， $\left(-\frac{1}{2}\right)^2$ 是常数项.

【标注】【知识点】单项式的定义

4. 下列语句中，错误的是（ ）.

A. 数字0也是单项式

B. 单项式 x 的系数和次数都是1

C. $-3x^2y^2$ 是二次单项式

D. $-\frac{7x^2y}{3}$ 的系数是 $-\frac{7}{3}$ ，次数是3次

【答案】C

【解析】 $-3x^2y^2$ 是四次单项式.

【标注】【知识点】单项式的次数

5. 单项式 $\frac{-2x^2y^2}{7}$ 的系数是 m ，次数是 n ，则 $m + n =$ _____.

【答案】 $\frac{26}{7}$

【解析】系数 $m = -\frac{2}{7}$ ，次数为4，所以 $m + n = \frac{26}{7}$.

【标注】【知识点】单项式的次数

6. 如果单项式 $-2x^2y^n$ 与单项式 a^4b 的次数相同，那么 $n =$ _____.

【答案】 3

【解析】 $\because -2x^2y^n$ 的次数为 $2+n$,

a^4b 的次数为 $4+1=5$,

$\therefore 2+n=5$.

$\therefore n=3$.

【标注】 【题型】 求单项式的系数和次数

7. 若 $(m+n)x^2y^{n+1}$ 是关于 x, y 的五次单项式且系数为 6, 试求 m, n 的值.

【答案】 $m=4, n=2$.

【解析】 $\because (m+n)x^2y^{n+1}$ 是关于 x, y, z 的五次单项式, 且系数为 6,

$\therefore m+n=6, 2+n+1=5$.

解得: $m=4, n=2$.

【标注】 【知识点】 由单项式的次数和次数求参数的值

练习

8. 下列式子中是代数式的有 _____.

A. $-7xy^2 + 3y$

B. $-x^2y^3 + 3xy = 0$

C. $-a$

D. $\frac{-a^3bc}{3\pi}$

E. $-3^2x^2y^3 = 7$

F. $\frac{1}{3}\pi r^2h$

【答案】 ACDF

【解析】 本题要理解好代数式的概念, 与等式和方程进行区分.

代数式的有 $-7xy^2 + 3y$ 、 $-a$ 、 $\frac{-a^3bc}{3\pi}$ 、 $\frac{1}{3}\pi r^2h$.

$-x^2y^3 + 3xy = 0$ 、 $-3^2x^2y^3 = 7$ 是等式.

【标注】【知识点】代数式的定义

9. 下列各式： $m, -\frac{1}{2}, x-2, \frac{1}{x}, \frac{x}{2}, -\frac{2x^2y^3}{3}, \frac{2+a}{5}$ ，其中单项式有()。
- A. 5个 B. 4个 C. 3个 D. 2个

【答案】B

【解析】 $m, -\frac{1}{2}, \frac{x}{2}, -\frac{2x^2y^3}{3}$ 是单项式；
 $x-2, \frac{2+a}{5}$ 是多项式；
 $\frac{1}{x}$ 是分式。

【标注】【知识点】单项式的定义

10. 下列代数式中，是五次单项式的有()个。

$$x^4, a^3+5^5, a^3+a^2b^3+b^4, x^4y, 2^3b^2+3^3a^3$$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】A

【解析】 x^4 是四次单项式， a^3+5^5 是三次二项式， $a^3+a^2b^3+b^4$ 是五次三项式， x^4y 是五次单项式， $2^3b^2+3^3a^3$ 是三次二项式。
所以是五次而且是单项式的只有 x^4y ，所以答案选择A。

【标注】【知识点】单项式的定义

11. 下列关于单项式 $-\frac{2x^2y}{3}$ 的说法中，正确的是()。

- A. 系数是2，次数是2 B. 系数是-2，次数是3
C. 系数是 $-\frac{2}{3}$ ，次数是2 D. 系数是 $-\frac{2}{3}$ ，次数是3

【答案】D

【解析】 $-\frac{2x^2y}{3}$ 系数为 $-\frac{2}{3}$ ，次数为3。

【标注】【题型】求单项式的系数和次数

12. 下列说法错误的是（ ）.

- A. π 是一个单项式
C. $\frac{1}{x}$ 是一个单项式

- B. $-xy^2$ 是一个三次单项式
D. 单项式 x 的系数和次数都是1

【答案】 C

【解析】 $\frac{1}{x}$ 是分式，不是单项式.

【标注】 【知识点】 整式的定义

【知识点】 单项式的定义

13. 单项式 $-\pi^2x^2y$ 的系数是 _____ , 次数是 _____ .

【答案】 $-\pi^2$; 3

【解析】 单项式 $-\pi^2x^2y$ 的系数是： $-\pi^2$ ，次数是：3 .

故答案为： $-\pi^2$, 3 .

【标注】 【知识点】 单项式的次数

14. 写出下列单项式的系数和次数：

单项式	x^3	$\frac{mn}{9}$	$-a^2bc$	$2\pi a^2$	3^4m^2n	$-\frac{2^2x^2y^3}{5}$
系数						
次数						

【答案】

单项式	x^3	$\frac{mn}{9}$	$-a^2bc$	$2\pi a^2$	3^4m^2n	$-\frac{2^2x^2y^3}{5}$
系数	1	$\frac{1}{9}$	-1	2π	81	$-\frac{4}{5}$
次数	3	2	4	2	3	5

【解析】	单项式	x^3	$\frac{mn}{9}$	$-a^2bc$	$2\pi a^2$	$3^4 m^2 n$	$-\frac{2^2 x^2 y^3}{5}$
	系数	1	$\frac{1}{9}$	-1	2π	81	$-\frac{4}{5}$
	次数	3	2	4	2	3	5

【标注】【题型】求单项式的系数和次数

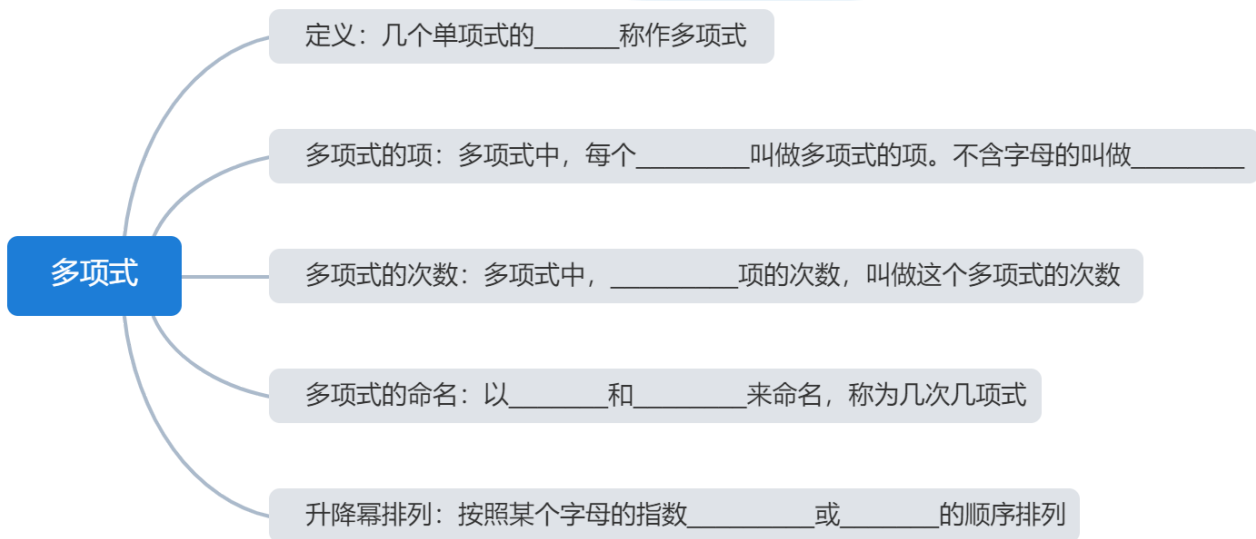
15. 已知 $(a-2)x^2y^{|a|+1}$ 是关于 x, y 的五次单项式，求 $(a+1)^2$ 的值。

【答案】1.

【解析】因为 $(a-2)x^2y^{|a|+1}$ 是关于 x, y 的五次单项式，
 所以 $a-2 \neq 0$ ， $2+|a|+1=5$ ，
 所以 $a=-2$ ，
 则 $(a+1)^2 = (-2+1)^2 = 1$ 。

【标注】【知识点】由单项式的次数和次数求参数的值

二、多项式



🧠 教法备注

一、定义

几个单项式的和叫做多项式。

例如： $a^2 - 2ab + b^2$ ， $mn - 3$ 等。

【注意】多项式的组成元素是单项式，换句话说，若一个式子中的某一单独的项不是单项式，那么这个式子就不是多项式。

二、多项式的项

多项式中，每个单项式叫做多项式的项，不含字母的项叫做常数项。

例如：多项式 $x^2 - 3x + 2$ ，它的项分别是 x^2 ， $-3x$ ， 2 ，常数项是 2 。

【注意】多项式的每一项都包含它前边的符号。

三、多项式的次数

多项式中，次数最高项的次数，叫做这个多项式的次数。

多项式通常以它的项数和次数来命名，称几次几项式。最高次项的次数是几，叫做几次式，项数是几，叫做几项式。

例如： $x^2y - 3x^2y^2 + 4x^3y^2 + y^4$ 是五次四项式，最高次项是 $4x^3y^2$ 。

四、升降幂排列

为了便于多项式的运算，可以运用加法的交换律将多项式各项的位置按某一字母的指数大小顺序重新排列。

若按照某个字母的指数从小到大的顺序排列，叫做这个多项式按这个字母升幂排列；

若按照某个字母的指数从大到小的顺序排列，叫做这个多项式按这个字母降幂排列。

【注意】①各项移动时要连同它前边的符号一起移动。

②某项前的符号是“+”，在第一项的位置时，正号可省略，其他位置不能省略，排列时注意添加或省略。

③含有多个字母的多项式，注意“按某一字母”升幂或降幂排列。

|| 例题

【知识点拨】

(1)多项式：几个单项式的和叫做多项式；

(2)多项式的项：其中每个单项式都是该多项式的一个项.多项式项中不含字母的项叫做常数项；

注：确定多项式的项时要注意包括它前面的符号

(3)多项式的次数：多项式里次数最高项的次数叫做多项式的次数；

(4)按某个字母排列：

①降幂排列：把一个多项式按某一个字母的指数从大到小的顺序排列起来，叫做把多项式按这个字母降幂排列；

②升幂排列：把一个多项式按某一个字母的指数从小到大的顺序排列起来，叫做把多项式按这个字母升幂排列。

把多项式按升幂或降幂排列时，一定要弄清是针对哪个字母的排列，排列时只看这个字母的指数，而后按照加法交换律交换项的位置.对于不同的字母，排列后的顺序往往不同，切记重新排列多项式时，各项一定要带着符号移动位置。

16. 在下列式子 $\frac{1}{2}ab$, $\frac{a+b}{2}$, ab^2+b+1 , $\frac{3}{x} + \frac{2}{y}$, x^2+x^3-6 中，多项式有 ()。

A. 2个

B. 3个

C. 4个

D. 5个

【答案】B

【解析】几个单项式的和为多项式，多项式必须为整式，所以题中的多项式有： $\frac{a+b}{2}$, ab^2+b+1 , x^2+x^3-6 ，共3个。

【标注】【知识点】多项式的定义

17. 下列多项式是五次多项式的是 ()。

A. x^3+y^2

B. x^2y^3+xy+4

C. x^5y-1

D. x^5-y^6+1

【答案】B

【解析】A 选项：该多项式是3次2项式，故A错误；

B 选项：该多项式是5次3项式，

故B正确；

C 选项：该多项式是6次2项式，

故C错误；

D 选项：该多项式是6次3项式，

故D错误．

故选 B．

【标注】【知识点】多项式的定义

18. 下列关于多项式 $2m^2 - 4m + 1$ 的说法中，正确的是（ ）．

A. 次数为3

B. 二次三项式

C. 一次项系数是4

D. 最高次项是2

【答案】B

【解析】A 选项：多项式 $2m^2 - 4m + 1$ 的次数是2，故本选项不符合题意．

B 选项：多项式 $2m^2 - 4m + 1$ 是二次三项式，故本选项符合题意．

C 选项：多项式 $2m^2 - 4m + 1$ 中，一次项系数是-4，故本选项不符合题意．

D 选项：多项式 $2m^2 - 4m + 1$ 最高次项是 $2m^2$ ，故本选项不符合题意．

故选 B．

【标注】【知识点】多项式的定义

19. 多项式 $3x^2y - 7x^4y^2 - \frac{1}{3}xy^3 + 2^7$ 是 _____ 次 _____ 项式，最高次项是 _____，常数项是 _____．

【答案】六；四； $-7x^4y^2$ ； 2^7

【解析】该多项式由4个单项式构成，单项式的最高次6次，

所以该多项式是六次四项式，最高次项是 $-7x^4y^2$ ，常数项是 2^7 ．

【标注】【知识点】多项式的项

20. 若关于 x 的多项式 $(m - 2)x^3 + 3x^{n+1} + 5x$ 的次数是2，则 $m + n =$ _____．

【答案】 3

【解析】 $\because$ 关于 x 的多项式 $(m-2)x^3 + 3x^{n+1} + 5x$ 的次数是2，

$$\therefore m-2=0, n+1=2,$$

$$\text{解得：} m=2, n=1,$$

$$\text{故 } m+n=2+1=3.$$

故答案为：3.

【标注】【知识点】由多项式的项和次数求参数的值

21. 多项式 $\frac{1}{5}x^2y^{|m|} - (m+1)y + \frac{1}{7}$ 是关于 x, y 的三次二项式，则 m 的值是 _____.

【答案】 -1

【解析】 多项式 $\frac{1}{5}x^2y^{|m|} - (m+1)y + \frac{1}{7}$ 是关于 x, y 的三次二项式，

$$\therefore 2+|m|=3, m+1=0,$$

$$\therefore m=-1.$$

故答案为：-1.

【标注】【知识点】由多项式的项和次数求参数的值

22. 将多项式 $2xy^2 - 3x^2 + 5x^3y^3 - 6y$ 按 y 作升幂排列 _____.

【答案】 $-3x^2 - 6y + 2xy^2 + 5x^3y^3$

【解析】 按 y 作升幂排列，就是以 y 的次数为标准，从低到高排列.

【标注】【知识点】多项式升幂降幂排列

23. 把多项式 $3a^2b^2 - a^3b - 1 - ab^3$ 按字母 a 升幂排列后，第二项是 _____.

【答案】 $-ab^3$

【解析】 $3a^2b^2 - a^3b - 1 - ab^3$ 按字母 a 的升幂排列为 $-1 - ab^3 + 3a^2b^2 - a^3b$,

它的第二项是： $-ab^3$.

【标注】【知识点】多项式升幂降幂排列

24. 多项式 $5x^4 - 8x^6 - 3 - 0.1x + 2x^2$ 是 _____ 次 _____ 项式，最高次项的系数是 _____，常数项是 _____，系数最小的项是 _____。按 x 进行降幂排列为 _____。

【答案】 六；五；-8；-3； $-8x^6$ ； $-8x^6 + 5x^4 + 2x^2 - 0.1x - 3$

【解析】 多项式 $5x^4 - 8x^6 - 3 - 0.1x + 2x^2$ 是六次五项式，最高次项的系数是-8，常数项是-3，系数最小的项式 $-8x^6$ 。

按 x 进行降幂排列为 $-8x^6 + 5x^4 + 2x^2 - 0.1x - 3$ 。

【标注】【能力】推理论证能力

【知识点】整式的定义

练习

25. 在下列代数式： $\frac{ab}{2}$ ， $\frac{a+b}{2}$ ， $ab^2 + b + 1$ ， $\frac{3}{x} + \frac{3}{y}$ ， $x^3 + x^2 - 3$ 中，多项式有（ ）。
A. 2个 B. 3个 C. 4个 D. 5个

【答案】 B

【解析】 几个代数式中 $\frac{ab}{2}$ 是单项式， $\frac{3}{x} + \frac{3}{y}$ 是分式，其余都是多项式。

【标注】【知识点】多项式的定义

26. 关于多项式 $x^2 + y^2 - 1$ 的项数及次数，下列说法正确的是（ ）。

A. 项数是2，次数是2 B. 项数是2，次数是4 C. 项数是3，次数是2 D. 项数是3，次数是4

【答案】 C

【解析】 根据多项式 $x^2 + y^2 - 1$ 可知项有 x^2 、 y^2 、 -1 ，

∴项数为3，

该多项式各项的次数分别有2、2、0。

∴多项式次数为次数最高的项的次数，

∴ $x^2 + y^2 - 1$ 的次数为2。

故本题正确答案为C。

【标注】【知识点】多项式的项

27. 下列多项式是二次多项式的是 () .

A. $x^2 + y^3 - 3$

B. $x^2 + y + 1$

C. $x^2y + a$

D. $x + y + z$

【答案】 B

【解析】 略 .

【标注】 【题型】 求多项式的项和次数

28. 多项式 $-5x^5y^4 + 3xy^2 - 4x^3y + 2x^4y^3 - 5x^5y^2 - 6$ 中的次数最高项的系数是 _____ , 四次项是 _____ , 常数项是 _____ .

【答案】 -5 ; $-4x^3y$; -6

【解析】 多项式 $-5x^5y^4 + 3xy^2 - 4x^3y + 2x^4y^3 - 5x^5y^2 - 6$ 中的次数最高项的系数是: -5 , 四次项是: $-4x^3y$, 常数项是: -6 .

【标注】 【知识点】 多项式的项

【重点强调】

2019~2020学年11月天津和平区天津市耀华中学初一上学期月考第13题3分

29. 若关于 x 、 y 的多项式 $3x^{|m|}y^2 + (m-2)x^2y - 4$ 是四次三项式 , 则 m 的值为 _____ .

【答案】 -2

【解析】 $\because$ 关于 x 、 y 的多项式 $3x^{|m|}y^2 + (m-2)x^2y - 4$ 是四次三项式 ,

$$\therefore |m| + 2 = 4, m - 2 \neq 0,$$

$$\text{解得: } m = -2,$$

故答案为: -2 .

【标注】 【知识点】 由多项式的项和次数求参数的值

30. 已知多项式 $a^2b^{|m|} - 2ab + b^{9-2m} + 3$ 为五次多项式 , 则 $m =$ _____ .

【答案】 3或2

【解析】 若 $9 - 2m = 5$,

解得： $m = 2$ ，

此时 $2 + |m| = 2 + 2 = 4$ ，

满足五次多项式的条件；

若 $2 + |m| = 5$ ，

解得： $m = 3$ ，或 $m = -3$ 。

当 $m = -3$ 时， $9 - 2m = 9 + 6 = 15$ ，

不符合五次多项式的条件，舍去。

所以 m 的值是3或2。

故填空答案：3或2。

【标注】【知识点】由多项式的项和次数求参数的值

31. 将多项式 $-x^2y + 6xy^2 - \frac{1}{5}x^3 - 7y^3 + 4$ 按 x 的升幂排列是 _____，按 y 的降幂排列为 _____。

【答案】 $4 - 7y^3 + 6xy^2 - x^2y - \frac{1}{5}x^3$ ； $-7y^3 + 6xy^2 - x^2y - \frac{1}{5}x^3 + 4$

【解析】 将多项式 $-x^2y + 6xy^2 - \frac{1}{5}x^3 - 7y^3 + 4$ 按 x 的升幂排列是
 $4 - 7y^3 + 6xy^2 - x^2y - \frac{1}{5}x^3$ ，按 y 的降幂排列为 $-7y^3 + 6xy^2 - x^2y - \frac{1}{5}x^3 + 4$ 。

【标注】【知识点】多项式升幂降幂排列

32. 多项式 $\frac{1}{2}a^2b + 1 - \frac{ab^3}{3} - 2b^2$ 是 _____ 次 _____ 项式，其中二次项是 _____，最高次项系数是 _____，按 b 的降幂排列应写成 _____。

【答案】 四；四； $-2b^2$ ； $-\frac{1}{3}$ ； $-\frac{ab^3}{3} - 2b^2 + \frac{1}{2}a^2b + 1$

【解析】 多项式 $\frac{1}{2}a^2b + 1 - \frac{ab^3}{3} - 2b^2$ 是四次四项式，其中二次项是 $-2b^2$ ，最高次项系数是 $-\frac{1}{3}$ ，按 b 的降幂排列应写成 $-\frac{ab^3}{3} - 2b^2 + \frac{1}{2}a^2b + 1$ 。
故答案为：四；四； $-2b^2$ ； $-\frac{1}{3}$ ； $-\frac{ab^3}{3} - 2b^2 + \frac{1}{2}a^2b + 1$ 。

【标注】【知识点】多项式升幂降幂排列